

## ΜΕΡΟΣ Β΄

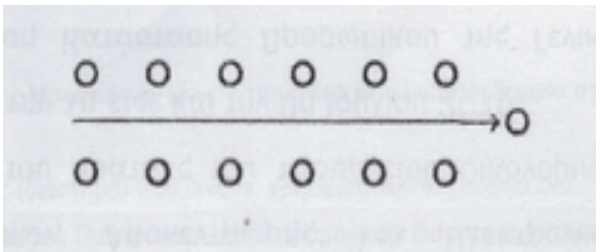
### «Οι πρώτες ανακαλύψεις»

#### ΑΡΤΙΟΙ ΚΑΙ ΠΕΡΙΤΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Οι Πυθαγόρειοι δε γνώριζαν τους αρνητικούς αριθμούς και θεωρούσαν τα κλάσματα απλώς σαν λόγους των φυσικών αριθμών και όχι ως αριθμούς από τη φύση τους.

Η αρχή της Πυθαγόρειας Θεωρίας Αριθμών (αν μπορούμε να την ονομάσουμε έτσι) συνίσταται στην ταξινόμησή τους σε καθορισμένες κατηγορίες. Η αφετηρία της μαθηματικής θεωρίας των Πυθαγορείων είναι η διάκριση των αριθμών σε **περιττούς** (μονούς) και **άρτιους** (ζυγούς).

- Οι **περιττοί** είναι αυτοί που δεν μπορούν να διαιρεθούν σε 2 ίσα μέρη, δηλαδή δεν διαιρούνται ακριβώς με το 2 και αφήνουν πάντα υπόλοιπο το 1.  
π.χ.  $3=1+1+1$  ,  $5=2+2+1$  ,  $7=3+3+1$  ,  $9=4+4+1$  κ.λ.π.  
γενική μορφή περιττού αριθμού:  **$2\alpha+1= \alpha+\alpha+1$**

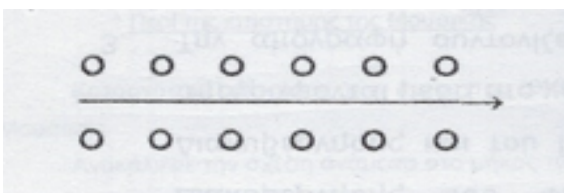


Παρίσταναν τους περιττούς αριθμούς με το διπλανό σχήμα όπου φαίνεται ότι κυριαρχεί το 1..

- Οι **περιττοί** αριθμοί έχουν **αρχή, μέση και τέλος**, παράδειγμα ο  **$13=6+1+6$**  έχει το 6 ως αρχή, το 1 μέση και το 6 τέλος, γι' αυτό τους θεωρούσαν **πεπερασμένους** και ότι εκφράζουν το «**Όλον**». Ισχυρίζονταν ότι είναι **αρσενικοί** αριθμοί.

- Οι **άρτιοι** είναι αυτοί που διαιρούνται σε 2 ίσα μέρη, δηλαδή διαιρούνται ακριβώς με το 2 και δεν περιορίζονται από τη μονάδα, γι' αυτό τους ταυτίζουν με το «**άπειρο**».  
π.χ.  $2=1+1$  ,  $4=2+2$  ,  $6=3+3$  ,  $8=4+4$  κ.λ.π.

γενική μορφή άρτιου αριθμού:  **$2\alpha= \alpha+\alpha$**



Παρίσταναν τους άρτιους αριθμούς με το διπλανό σχήμα και θεωρούσαν ότι είναι **θηλυκοί** αριθμοί.

#### ΤΕΛΕΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Ένα άλλο είδος αριθμών που καθιέρωσαν οι Πυθαγόρειοι είναι οι «**Τέλειοι αριθμοί**».

**«Οι Τέλειοι αριθμοί κατά τους Πυθαγόρειους είναι όπως οι αρετές λίγιοι σε αριθμό».**

**Τέλειος** λέγεται ο αριθμός που είναι ίσος με το άθροισμα των γνήσιων διαιρετών του.

Ο πρώτος **τέλειος** αριθμός είναι ο **6**, διότι είναι ίσος με το άθροισμα των 1, 2 και 3 που είναι οι τρεις διαιρέτες του,  **$6=1+2+3$**  . Αυτό δεν συμβαίνει ούτε με τον 5, ούτε με τον 7 ούτε με τον 8 ούτε με κανένα άλλο μονοψήφιο. Για να βρούμε τον επόμενο τέλειο αριθμό χρειάζεται σχετική υπομονή διότι επόμενος τέλειος είναι ο  **$28 = 1+2+4+7+14$**  . Εάν θελήσουμε να

αναζητήσουμε τον επόμενο τέλειο αριθμό θα χρειαστεί μεγάλη υπομονή. Είναι ο αριθμός **496 = 1+2+4+8+16+31+62+124+248**.

Ο Νικόμαχος ήξερε μόνο τους 4 πρώτους τέλειους αριθμούς {6,28,496,8128}. Υποστήριζε ότι υπάρχει ένας τέλειος μονοψήφιος αριθμός στους πρώτους δέκα φυσικούς αριθμούς, ένας μεταξύ των διψήφιων, ένας μεταξύ των τριψήφιων και ένας μεταξύ των τετραψήφιων αριθμών. Γνώριζε επίσης ότι καταλήγουν σε 6 ή σε 8, με μια σειρά που δεν μπορούσε να προσδιορίσει. Η έρευνα γύρω από τους τέλειους αριθμούς συνεχίζεται ακόμη και σήμερα.

Οι επόμενοι τέλειοι αριθμοί μέχρι τον δέκατο είναι:

**33550336**

**8589869056**

**137438691328**

**2305843008139952128**

**2658455991569831744654692615953842176**

## ΦΙΛΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ



Μια άλλη κατηγορία αριθμών που ανακάλυψαν οι Πυθαγόρειοι ήταν οι λεγόμενοι «**Φίλιοι αριθμοί**» και συγκεκριμένα ο Ιάμβλιχος βρήκε τους πρώτους φίλιους αριθμούς που είναι ο **220** και ο **284**.

Οι γνήσιοι διαιρέτες του **220** είναι οι: 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 και 110. Αν τους προσθέσουμε βλέπουμε ότι:

$1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284$   
μας δίνουν άθροισμα **284** και

Οι γνήσιοι διαιρέτες του **284** είναι οι: 1, 2, 4, 71 και 142  
Αν τους προσθέσουμε βλέπουμε ότι:  $1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220$   
μας δίνουν άθροισμα **220**.

Το άθροισμα των γνησίων διαιρετών του 220 ισούται με 284, ενώ το άθροισμα των γνησίων διαιρετών του 284 ισούται με 220.

Αυτή η σχέση μεταξύ των αριθμών είναι ικανή για να θεωρήσουν οι Πυθαγόρειοι αυτούς τους αριθμούς ως «φίλιους», δηλαδή ως «αγαπημένους».

Το ζευγάρι αυτών των αριθμών έλεγαν ότι αποτελεί σύμβολο φιλίας.

**Δύο αριθμοί είναι φίλιοι αριθμοί αν κάθε ένας από αυτούς είναι ίσος με το άθροισμα των διαιρετών ( των μέτρων ) του άλλου.**

Ζεύγη Φίλιων Αριθμών	
1184	1210
6232	6368
10,744	10,856
17,296	18,416
9,363,584	9,437,056

Ο **Πυθαγόρας** λέγεται ότι όταν ρωτήθηκε τι σημαίνει γι' αυτόν ένας φίλιος αριθμός απάντησε :

**« Το άλλο μου εγώ »**

Μέχρι σήμερα έχουν ανακαλυφθεί ελάχιστα (κάτω από 10) ζευγάρια φίλιων αριθμών.

**« Η αληθινή φιλία λοιπόν σπανίζει »;**

## Οι μαθήτριες:

Αθηνά Λιξενάι

## Πηγές:

- Μαθηματικά Μυστήρια, Clawson C. Calvin
- Ιστορία Αρχαίων Ελληνικών Μαθηματικών 1<sup>ος</sup> τόμος, Νεγρεπόντης Στυλιανός, Φαρμάκη Βασιλική
- Η θεωρητική Αριθμητική των Πυθαγορείων, Taylor Thomas
- Πρόγραμμα Μαθηματικών 4<sup>ου</sup> Γυμν. Αιγάλεω 2012-13 με τίτλο «Οι Αριθμοί σαν στοιχείο Πολιτισμού στην Αρχαιότητα»  
Υπεύθυνος προγράμματος: Βανταράκης Νικόλαος