

Αρχιτεκτονήματα & Μαθηματικά

Ακρόπολη & Χρυσή Τομή

ΓΙΩΡΓΟΣ ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΙΔΗΣ

ΠΕΤΡΟΣ ΧΑΤΖΗΣΤΑΥΡΟΥ

Η λέξη Ακρόπολη προέρχεται από το συνδυασμό των λέξεων άκρος και πόλις και κυριολεκτικά σημαίνει πόλη στην άκρη (ή σε ακρότατο). Για αμυντικούς σκοπούς, οι οικιστές επέλεξαν ένα υπερυψωμένο σημείο, συχνά ένα λόφο με απότομες πλευρές. Σε πολλά μέρη στον κόσμο, αυτοί οι πρώιμοι οχυροί οικισμοί γίνονταν ο πυρήνας μεγάλων πόλεων, που επεκτείνονταν στο επίπεδο έδαφος γύρω από την Ακρόπολη. Τέτοια παραδείγματα είναι οι πόλεις της Αθήνας και της Ρώμης.

Η πιο γνωστή ακρόπολη είναι η Ακρόπολη της Αθήνας, όπου δεσπόζει το μνημείο του Παρθενώνα.



Μέσα σε εννιά μόλις χρόνια (από το 447 ως το 438 π.Χ.) ολοκληρώθηκαν οι εργασίες ανέγερσης του πιο φημισμένου ναού της αρχαιότητας. Ο Παρθενώνας αποτελεί το μεγαλύτερο δωρικό ναό που η οικοδόμησή του ολοκληρώθηκε. Οι

διαστάσεις του στυλοβάτη είναι 30,88 X 69,50. Ακόμη είναι ο μόνος ναός που χτίστηκε εξ ολοκλήρου από μάρμαρο (μέχρι και τα κεραμίδια ήταν μαρμάρινα), εκτός, φυσικά από τα ξύλα που στήριζαν τη σκεπή. Παράλληλα είναι και ο μόνος δωρικός ναός του οποίου και οι 92 μετόπες έχουν ανάγλυφες παραστάσεις.

Εκτός από τα εντυπωσιακά μεγέθη εκείνο που κάνει τον Παρθενώνα μοναδικό είναι οι λύσεις που δόθηκαν στα διάφορα τεχνικά προβλήματα καθώς και η συμμετρία του.

Πιο συγκεκριμένα: Ο Φειδίας ήθελε να στεγάσει στον ναό το 12 μέτρων χρυσελεφάντινο άγαλμα της Αθηνάς. Αυτό όμως δημιουργούσε προβλήματα στους αρχιτέκτονες Ικτίνο και Καλλικράτη μιας και ο Παρθενώνας θα χτιζόταν πάνω στον παλιότερο ναό (Vor-Parthenon του οποίου οι διαστάσεις ήταν 66,94 X 23,53. Αναγκαστικά λοιπόν ο Παρθενώνας έπρεπε να έχει μεγαλύτερες διαστάσεις, έτσι ώστε ο σηκός (ο χώρος στον οποίο θα τοποθετούσαν το άγαλμα της Αθηνάς) να έχει το κατάλληλο ύψος και αναγκαστικά το ανάλογο πλάτος. Έτσι, οι διαστάσεις του Παρθενώνα ορίστηκαν στα 30,88 το πλάτος, 69,50 το μήκος και 13,72 το ύψος. Φυσικά θα έπρεπε να γίνουν επιχωματώσεις, για να μπορεί να στηριχτεί ο ναός.

Οι διαστάσεις 30,88 X 69,50 X 13,72 δε μας λένε τίποτα με μια πρώτη ματιά. Πίσω όμως από αυτά τα νούμερα κρύβονται μεγάλα μυστικά. Όλος ο Παρθενώνας είναι κατασκευασμένος σύμφωνα με την αναλογία 4:9. Αυτό σημαίνει πως αν πολλαπλασιάσουμε το ύψος του ναού με το 9 και το γινόμενο που θα προκύψει το διαιρέσουμε με το 4, τότε θα έχουμε βρει το πλάτος του ναού. Πράγματι:



(Υψος) $13,72 \times 9 = 125,28 : 4 = 30,87$ (Πλάτος)

Το ίδιο συμβαίνει κι αν πολλαπλασιάσουμε το πλάτος με το 9 και διαιρέσουμε το γινόμενο με το 4, τότε θα έχουμε βρει το μήκος του ναού:

(Πλάτος) $30,87 \times 9 = 277,92 : 4 = 69,48$ (Μήκος)

Η ΧΡΥΣΗ ΤΟΜΗ ΣΤΑ ΜΑΘΗΑΤΙΚΑ

Στα μαθηματικά και την τέχνη, δύο ποσότητες έχουν αναλογία χρυσής τομής αν ο λόγος του αθροίσματος τους προς τη μεγαλύτερη ποσότητα είναι ίσος με το λόγο της μεγαλύτερης ποσότητας προς τη μικρότερη.

Η χρυσή τομή αναφέρεται επίσης και ως χρυσός λόγος ή χρυσός κανόνας. Άλλα ονόματα είναι χρυσή μετριότητα και Θεϊκή αναλογία ενώ στον Ευκλείδη ο όρος ήταν άκρος και μέσος λόγος.

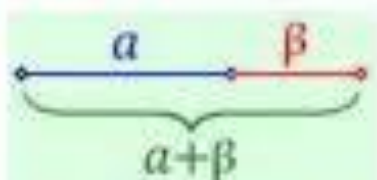
Πολλοί καλλιτέχνες και αρχιτέκτονες του 20ού αιώνα προσαρμόσαν τα έργα τους ώστε να προσεγγίζουν τη χρυσή αναλογία—ιδίως στη μορφή του χρυσού ορθογωνίου παραλληλογράμμου, στο οποίο ο λόγος της μεγαλύτερης πλευράς προς τη μικρότερη είναι η χρυσή τομή—πιστεύοντας ότι αυτή η αναλογία είναι αισθητικά ευχάριστη. Οι μαθηματικοί από την εποχή του Ευκλείδη μέχρι σήμερα έχουν μελετήσει τις ιδιότητες της χρυσής τομής, συμπεριλαμβανομένης της εμφάνισής της στις διαστάσεις ενός κανονικού πενταγώνου και ενός χρυσού ορθογωνίου παραλληλογράμμου, το οποίο μπορεί να χωριστεί σε ένα τετράγωνο και ένα παρόμοιο παραλληλόγραμμα με τον ίδιο λόγο πλευρών όπως το αρχικό. Η χρυσή τομή έχει χρησιμοποιηθεί επίσης για την ανάλυση των αναλογιών φυσικών αντικειμένων καθώς και τεχνητών συστημάτων όπως οι οικονομικές αγορές.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΣΧΗΜΑΤΑ ΠΟΥ ΣΥΝΔΕΟΝΤΑΙ ΜΕ ΤΗ ΧΡΥΣΗ ΤΟΜΗ

ΧΡΥΣΗ ΤΟΜΗ

Τι είναι η χρυσή τομή;

Είναι χωρισμός ενός ευθύγραμμου τμήματος AB σε δύο τμήματα, ένα μεγάλο α και ένα μικρό β , έτσι ώστε να ισχύει:

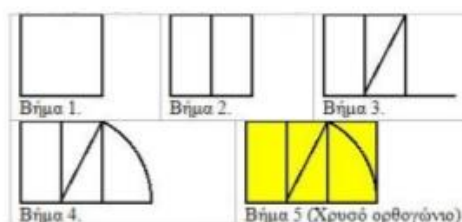


Το $\alpha \cdot \beta$ είναι για το α ότι είναι το α για το β

$$\frac{\alpha + \beta}{\alpha} = \frac{\alpha}{\beta} = \phi = 1,618$$

Γεωμετρική κατασκευή

1. Κατασκευάζουμε τετράγωνο πλευράς 1
 2. Φέρουμε ευθεία παράλληλη προς τη μια βάση και χωρίζουμε το τετράγωνο σε δύο ίσα ορθογώνια (πλευρών 1 και 1/2) και φέρνουμε μία διαγώνιο
 3. Κατασκευάζουμε κύκλο με κέντρο το μέσο της μίας πλευράς του τετραγώνου και ακτίνα τη διαγώνιο του ορθογωνίου
 4. Προεκτείνουμε την πλευρά του τετραγώνου στην οποία έχουμε ορίσει το κέντρο του κύκλου έως το σημείο του κύκλου που τελειώνει η διάμετρος
- Το ευθύγραμμο τμήμα που αποτελείται από την πλευρά του τετραγώνου μαζί με την προέκταση έχει μήκος ϕ .



Ο ΧΡΥΣΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ Φ



Οι αρμονία αυτή που βρίσκεται σε υπερβολικά πολλά στοιχεία της φύσης δεν θα μπορούσε να περάσει απαρατήρητη από τους ιδιαίτερα παρατηρητικούς αρχαίους Έλληνες μαθηματικούς. Αναζητώντας τον τύπο που δίνει αυτή τη τέλεια αναλογία, ο Πυθαγόρας και ο Ευκλείδης αφιέρωσαν αρκετό χρόνο από τις ζωές τους και εν τέλει κατάφεραν να βρουν ένα... μαγικό αριθμό. Ο Πυθαγόρας είναι θεωρητικά ο πρώτος που ανακάλυψε το «χρυσό» αριθμό Φ, όμως η πρώτη γραπτή απόδειξη ύπαρξης του βρίσκεται σε ένα εκ των δεκατριών βιβλίων των «Στοιχείων» του Ευκλείδη.

Οι δύο μαθηματικοί, κατάφεραν με αυτή τους την ανακάλυψη να επηρεάσουν ολόκληρο το κόσμο της τέχνης, δίνοντας στους καλλιτέχνες όλων των ειδών την ευκαιρία να τελειοποιήσουν τις αναλογίες των έργων τους. Αυτό διότι ο αριθμός Φ, γνωστός και ως Χρυσή Τομή, είναι αυτός που συνδέει με εξαιρετική ακρίβεια την αρμονία των μαθηματικών με αυτή της φύσης, αλλά και της τέχνης.

Για να καταλάβουμε τη χρησιμότητα αυτού του αριθμού δεν χρειάζεται τίποτα άλλο από το ίδιο μας το σώμα. Αν παρατηρήσουμε τα δάχτυλά του χεριού μας, θα δούμε ότι χωρίζονται σε τρία τμήματα. Το κάθε ένα είναι κατά 1,618 φορές πιο «κοντό» από το προηγούμενο. Αν επίσης συγκρίνουμε το μήκος του μπράτσου με αυτό του πήχη, θα καταλήξουμε στον ίδιο ακριβώς αριθμό. Στην περίπτωση δε που μεταφερθούμε στο κεφάλι του ανθρώπινου σώματος, τότε σχεδόν όλα τα μέλη του κρύβουν μέσα τους το... περίεργο 1,618. Αυτός ο αριθμός, δεν είναι άλλος από τη Χρυσή Τομή.

Για την ακρίβεια, ο αριθμός Φ δεν έχει μόνο τρεις αριθμούς μετά την υποδιαστολή. Είναι ένας άρρητος αριθμός, δηλαδή ένας αριθμός που δεν μπορεί να προκύψει από το γινόμενο δύο άλλων, ο οποίος έχει άπειρα δεκαδικά στοιχεία. Με λίγα λόγια, ο αριθμός δεν είναι υπολογίσιμος, είναι όμως προσεγγίσιμος. Έτσι, αν κάποιος γλύπτης ήθελε να δημιουργήσει ένα μαρμάρινο άνθρωπο με τέλειες αναλογίες δεν είχε παρά να συμβουλευτεί τις ιδιότητες της Χρυσής Τομής.

Το γράμμα «Φ» είναι αυτό που συμβολίζει τη Χρυσή Τομή, επειδή υπάρχει ο μύθος ότι ο Φειδίας ήταν ο πρώτος που χρησιμοποίησε την... αρμονία του πάνω στο Παρθενώνα. Η αλήθεια είναι πως αν δει κάποιος το αρχαίο μνημείο, θα παρατηρήσει πάνω του αρκετές «χρυσές» αναλογίες.

Από τη στιγμή που η Χρυσή Τομή έγινε γνωστή και μετά, οι περισσότεροι καλλιτέχνες άρχισαν να τη χρησιμοποιούν για να δίνουν την αίσθηση του «τέλειου» στα έργα τους. Εφαρμογές του «μαγικού» αριθμού μπορούν να βρεθούν στην αρχιτεκτονική, την γλυπτική, τη ζωγραφική αλλά ακόμα και τη μουσική.

Ίσως το πιο χαρακτηριστικό παράδειγμα χρήσης της να είναι τα ανθρώπινα σώματα που ζωγράφιζε ο Λεονάρντο Ντα Βίντσι, εφαρμοσμένα πάνω σε τέλεια πεντάγωνα. Αντίστοιχα, ο Μότσαρτ διαίρεσε μεγάλο αριθμό από τις σονάτες του σε δύο μέρη, με χρονική αναλογία ίση με τον αριθμό Φ. Οι εφαρμογές της ανακάλυψης των δύο μαθηματικών στη τέχνη είναι εξαιρετικά πολλές και μπορούν να βρεθούν σε κάποια από τα γνωστότερα κτίρια, τους πιο φημισμένους πίνακες ή τα πιο εντυπωσιακά αγάλματα.

Πηγή: iefimerida.gr - <https://www.iefimerida.gr/news/140149/%CE%BF-%C2%AB%CF%87%CF%81%CF%85%CF%83%CF%8C%CF%82%C2%BB-%CE%B1%CF%81%CE%B9%CE%B8%CE%BC%CF%8C%CF%82-%CF%86-%CF%80%CF%89%CF%82-%CE%B7-%CE%B1%CF%81%CE%BC%CE%BF%CE%BD%CE%AF%CE%B1-%CF%84%CE%B7%CF%82-%CF%84%CE%AD%CF%87%CE%BD%CE%B7%CF%82-%CE%BA%CE%B1%CE%B9-%CF%84%CF%89%CE%BD-%CE%BC%CE%B1%CE%B8%CE%B7%CE%BC%CE%B1%CF%84%CE%B9%CE%BA%CF%8E%CE%BD-%CF%83%CF%85%CE%BD%CE%B4%CE%AD%CE%BF%CE%BD%CF%84%CE%B1%CE%B9-%CE%B1%CF%80%CF%8C-%CE%AD%CE%BD%CE%B1-%CE%B1%CF%80%CE%BB>

https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A7%CF%81%CF%85%CF%83%CE%AE_%CF%84%CE%BF%CE%BC%CE%AE

<https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A0%CE%B1%CF%81%CE%B8%CE%B5%CE%BD%CF%8E%CE%BD%CE%B1%CF%82>

<http://users.sch.gr/ipap/Ellinikos%20Politismos/parthenonas/TeXnika.htm>

<https://docplayer.gr/37698353-Hrysi-tomi-sta-mathimatika.html>